

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SAN LUIS POTOSÍ

EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

U-II FUNCIONES 10/03/18

NOMBRE PROFESOR Gpo. ___ No. de lista ___ Calif. ___

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente el examen y conteste lo que se le pide en forma clara, limpia y ordenada, justificando su respuesta con el debido procedimiento.

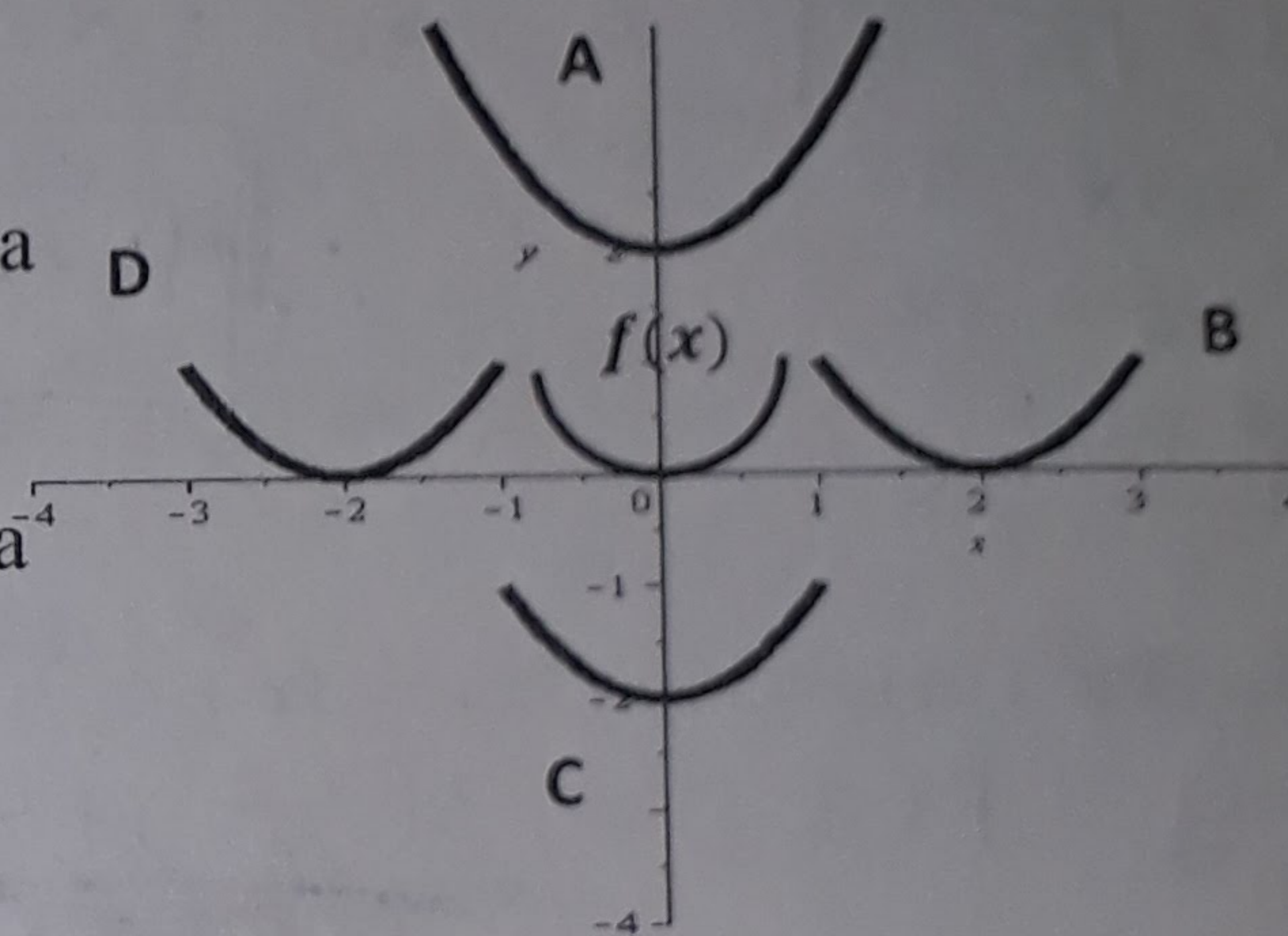
I.- En las siguientes expresiones, indicar si la afirmación es falsa (F) o verdadera (V) (Valor 10 puntos)

a) ✓ La función $f(x) = 2e^{3x-7}$, de acuerdo a su naturaleza, pertenece al grupo de las trascendentes.

b) ✓ La expresión $\log(uv) = \log u + \log v$ corresponde a una propiedad de los logaritmos

c) ✓ La forma exponencial de $\log_x t = y + 6$, corresponde a $x^{y+6} = t$

La gráfica de $f(x)$ se muestra en la siguiente figura.



d) F El desplazamiento $f(x) - a$ equivale a la gráfica del inciso D.

e) F El desplazamiento $f(x - a)$ equivale a la gráfica del inciso C.

II.- Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios

1.- Determina el dominio de las siguientes funciones. (Valor: 10 puntos)

a) $y = \frac{x-3}{x^2-5x}$

b) $y = \sqrt{12-3x}$

$x^2 - 5x \neq 0$

$x(x-5) \neq 0$

$12 - 3x \geq 0$

$12 \geq 3x$

$4 \geq x$

D \rightarrow $x \leq 4$

D $\rightarrow (-\infty, 0) \cup (0, 5) \cup (5, \infty)$
 $x \neq 0 \wedge x \neq 5$

2.- Obtener el contradominio de las siguientes funciones (Valor: 10 puntos)

a) $f(x) = \frac{6x+8}{5-3x}$

b) $y = x^2 - 3x - 10$

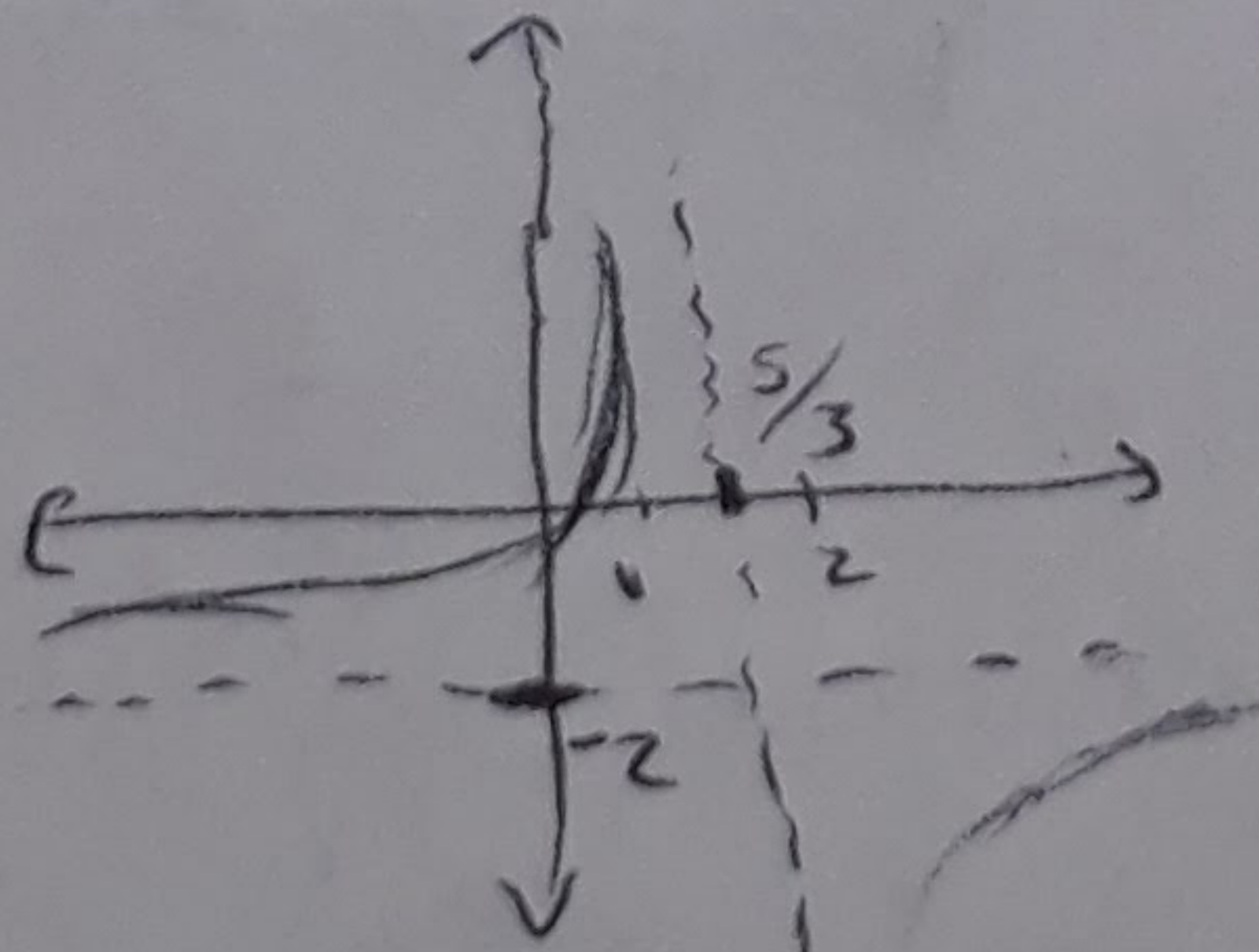
← abre hacia arriba

asint. vertical

$5 - 3x = 0 \therefore x = \frac{5}{3}$

asint. horizontal

$y = \frac{6}{-3} = -2$ Nota $\frac{6x+8}{-3x+5}$

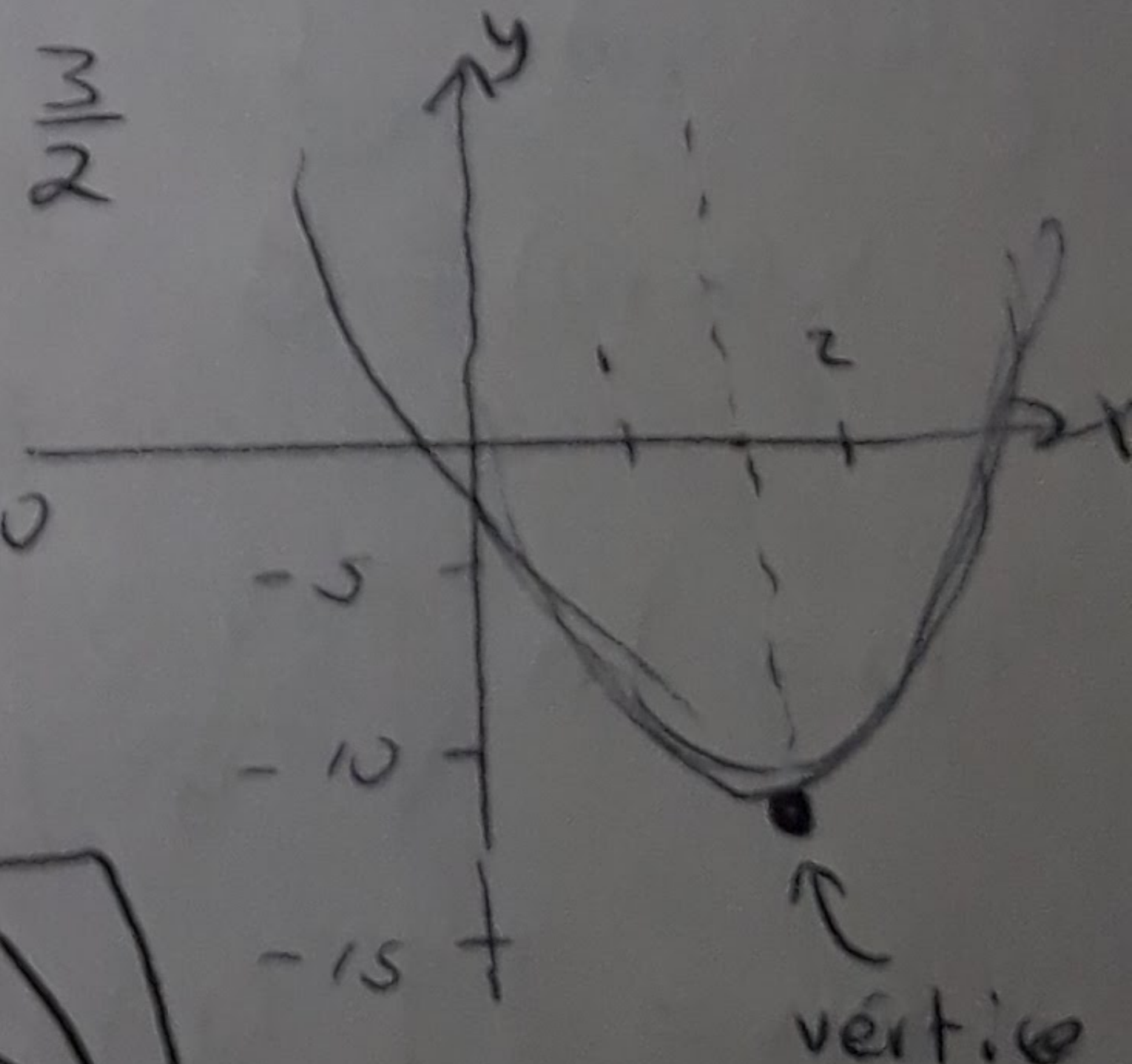


$x_v = \frac{-(-3)}{2(1)} = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$

$y_v = x_v^2 - 3x_v - 10$

$y_v = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 10 = -\frac{9}{4} - 10$

$y_v = -\frac{49}{4}$



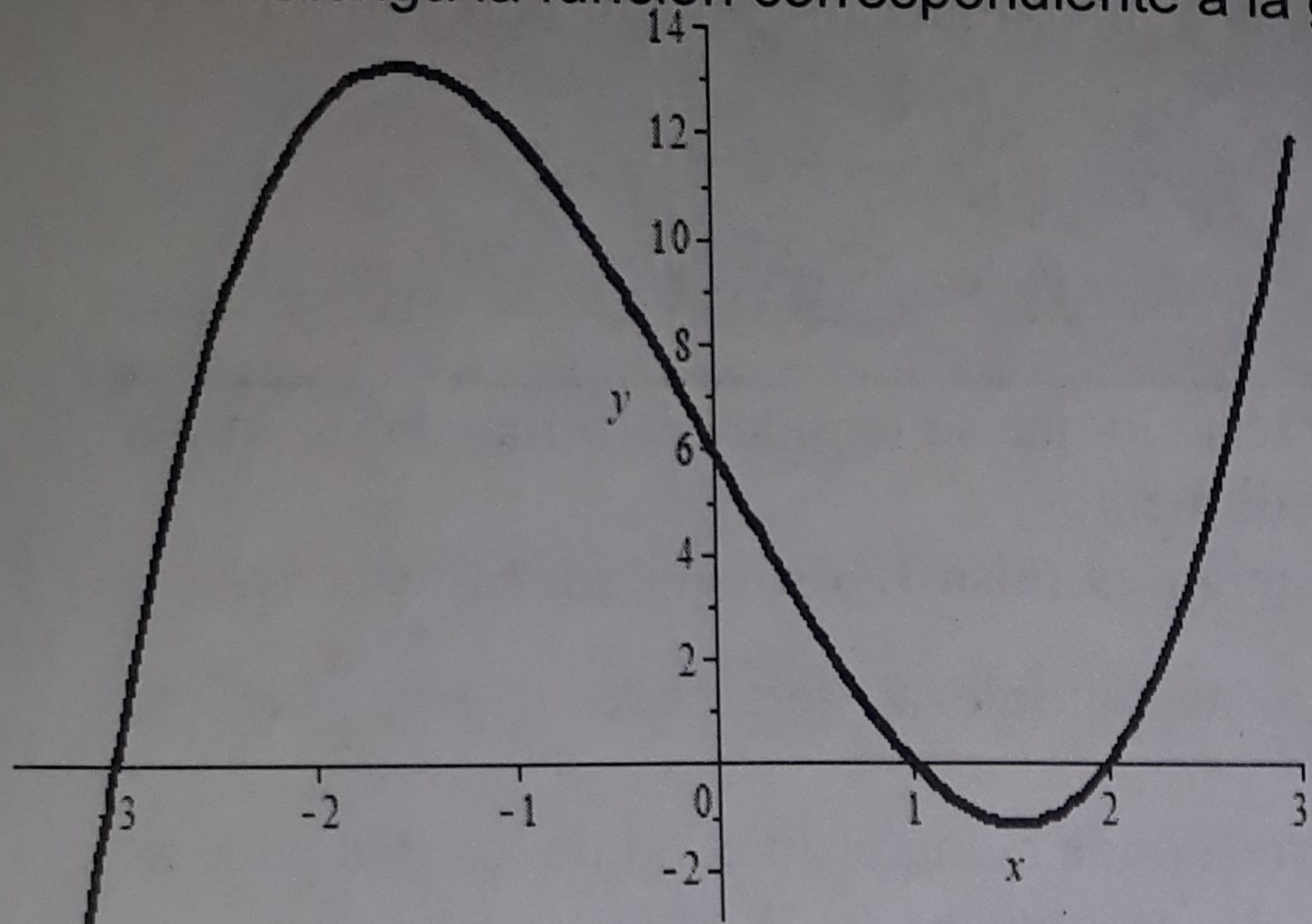
E $\rightarrow (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

E $\rightarrow y \neq -2$

E $\rightarrow [-\frac{49}{4}, \infty)$

3.- Obtenga la función correspondiente a la gráfica.

Valor: 5 puntos



Polinomio de grado 3

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 1 \quad y \quad x_3 = 2$$

$$\therefore P_3(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

si $a \geq 0 \vee a < 0 \vee$

sea $a = +1$

$$P_3(x) = (x+3)(x-1)(x-2) \quad \text{suficiente}$$

$$\text{o } P_3(x) = (x+3)(x^2-3x+2) = x^3 - 0x^2 - 7x + 6$$

$$P_3(x) = x^3 - 7x + 6$$

4.- Obtenga la inversa de la función $f(x) = \sqrt{3x-5}$.

Valor: 5 puntos

$$y = \sqrt{3x-5} \quad 3x-5 \geq 0 \quad \therefore x \geq \frac{5}{3} \quad y \geq 0$$

$$y^2 = 3x-5$$

$$y^2 + 5 = 3x$$

$$\frac{y^2 + 5}{3} = x$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 5}{3} \quad \text{sólo la mitad de la parábola}$$

5.- Dada la función $f(x) = 3x + 4$ y $g(x) = \frac{1}{2x+5}$, encuentre la función composición $f \circ g$ y $g \circ f$.

Valor: 10 puntos

$$f \circ g = f(g(x)) = 3\left(\frac{1}{2x+5}\right) + 4 = \frac{3}{2x+5} + 4 = \frac{3 + 4(2x+5)}{2x+5} = \frac{8x + 23}{2x+5}$$

simplifica

$$g \circ f = g(f(x)) = \frac{1}{2(3x+4) + 5} = \frac{1}{6x + 13}$$

6.- Resuelva la ecuación aplicando propiedades de los logaritmos $\ln x = \ln 8 - \ln(x+2)$ Valor: 5 puntos

→ despejar x

$$\ln x = \ln 8 - \ln(x+2)$$

$$\ln x + \ln(x+2) = \ln 8$$

$$\ln[x(x+2)] = \ln 8$$

$$e^{\ln[x(x+2)]} = e^{\ln 8}$$

$$x(x+2) = 8$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad \leftarrow \text{posibles 2 sol's.}$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$\text{la sol. es } x = -4 \text{ y } x = +2$$

7.- Expandir en términos de logaritmos de x, y, z la expresión $\ln \sqrt[3]{\frac{x^4 z}{y^2}}$

Valor: 5 puntos

$$m = \ln \sqrt[3]{\frac{x^4 z}{y^2}} = \ln \left(\frac{x^4 z}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{x^4 z}{y^2}\right) = \frac{1}{3} [\ln x^4 + \ln z - \ln y^2]$$

$$m = \frac{1}{3} [4 \ln x + \ln z - 2 \ln y] = \frac{4}{3} \ln x + \frac{1}{3} \ln z - \frac{2}{3} \ln y$$