Pre-examen U-III

① $\lim_{x\to\frac{1}{4}} \frac{64x^3-1}{4x^3-x^2} = \lim_{x\to\frac{1}{4}} \frac{(4x-1)(16x^2+4x+1)}{x^2(4x-1)} = \lim_{x\to\frac{1}{4}} \frac{16x^2+4x+1}{x^2} = \frac{16(\frac{1}{4})^2+4(\frac{1}{4})+1}{(\frac{1}{4})^2}$

"Paso 0" $\frac{0}{0}$ se requieren límites $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ $\lim_{x\to\frac{1}{4}} \frac{1+1+1}{\frac{1}{16}} = 48$

② $\lim_{u\to1} \frac{u^3-1}{u^4-1} = \lim_{u\to1} \frac{(u-1)(u^2+u+1)}{(u^2+1)(u^2-1)} = \lim_{u\to1} \frac{(u-1)(u^2+u+1)}{(u^2+1)(u+1)(u-1)} = \frac{1^2+1+1}{(1^2+1)(1+1)} = 3/4$

③ $\lim_{d\to7} \frac{\frac{1}{d}-\frac{1}{7}}{d-7} = \lim_{d\to7} \frac{\frac{7-d}{7d}}{d-7} = \lim_{d\to7} \frac{7-d}{7d(d-7)} = \lim_{d\to7} \frac{-(d-7)}{7d(d-7)} = -\frac{1}{49}$

④ a) $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^4}{14x^4+6x^3+18x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{5x^4}{14x^4+6x^3+18x^2}\left(\frac{\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^4}}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{5}{14+\frac{6}{x}+\frac{18}{x^2}} = \frac{5}{14}$

es lo mismo cuando $x\to-\infty$ $\lim_{x\to-\infty} x^4 = +\infty$

⑤ Gráfico a) $\lim_{x\to6} f(x) = -4$, b) $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -4$, c) $\lim_{x\to-2^-} f(x) = 5$

d) $\lim_{x\to2} f(x) = \nexists$, $-4\neq5$, e) $\lim_{x\to3^+} f(x) = -4$

f) $\lim_{x\to3^-} f(x) = \infty$ g) $\lim_{x\to3} \nexists$, $-4\neq\infty$

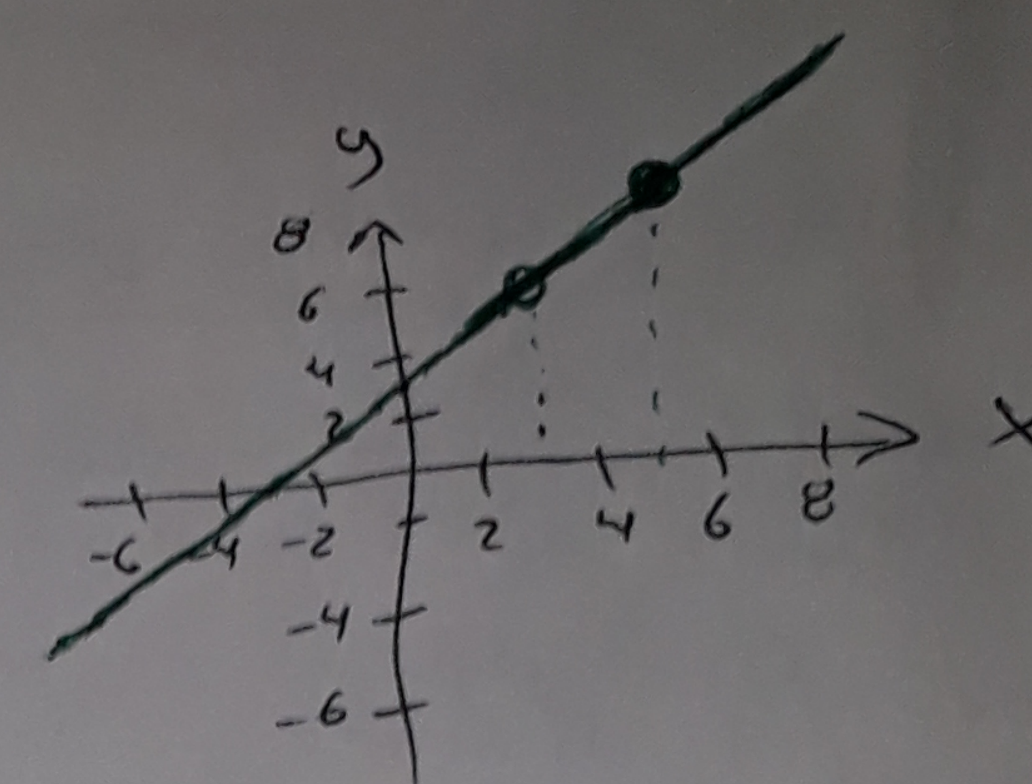
h) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -2$ i) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

⑥ $\lim_{x\to4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x-4}\left(\frac{\sqrt{x^2+9}+5}{\sqrt{x^2+9}+5}\right) = \lim_{x\to4} \frac{(x^2+9)-(25)}{(x-4)(\sqrt{x^2+9}+5)} = \lim_{x\to4} \frac{x^2-16}{(x-4)(\sqrt{x^2+9}+5)}$

$\lim_{x\to4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x-4} = \lim_{x\to4} \frac{(x+4)(x-4)}{(x-4)(\sqrt{x^2+9}+5)} = \frac{4+4}{\sqrt{4^2+9}+5} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

(7) Puntos donde es continuà (Gráfico)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x-15}{x-5} & x \neq 5 \\ 8 & x = 5 \end{cases}$$



analizamos $\frac{x^2-2x-15}{x-5} = g(x) = \frac{\cancel{(x-5)}(x+3)}{\cancel{(x-5)}}$

· la gráfica de g(x) es la recta $y=x+3$ pero con una discontinuidad en $x=5$
esa discontinuidad se llena con $f(x)=8$ en $x=5$

∴ Es continua en $\mathbb{R}$ continua $(-\infty, \infty)$

---

(8) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-2x}{4-x^2} = \lim_{x\to 2} \frac{x(x-2)}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x\to 2} \frac{-x\cancel{(2-x)}}{\cancel{(2-x)}(2+x)} = \frac{-2}{2+2} = -\frac{1}{2}$

---

(9) $\lim_{x\to 6} \frac{2x^2-15x+18}{x^3-216} = \lim_{x\to 6} \frac{\cancel{(x-6)}(2x-3)}{\cancel{(x-6)}(x^2+6x+36)} = \frac{2(6)-3}{36+36+36} = \frac{9}{108} = \frac{1}{12}$

$y = \frac{x+3}{x^2-12x+27}$ las asintotas verticales son cuando $x=9$ y $x=3$

$x^2-12x+27=0$

$(x-9)(x-3)=0$

en estos puntos f(x) no es continua

$\lim_{x\to 8^-} \frac{4}{x-8} = -\infty$